中学校 数学9 (平成20年度)

# 面積が増減する分割比の秘密を考える 中学校第2学年 数学科学習指導案

1 **単元名** 一次関数の利用・式の計算の利用【特設単元】※第2学年「一次関数」を終えた後 参考資料:数学パズル事典 上野 富美夫. 2000.9 など

## 2 単元のねらい(「活用」を位置付けた意味から)

- 紙を切って図形を作る(裁ち切り)ことを、関数的な見方をしたり、分割比に着目して数列 的な見方ができる。(日常場面、定式化)
- 折れ線になる理由について、2学年「一次関数」で学習した「傾き」を活用し、説明ができる。(知識・技能の活用)
- 〇 正方形を分割する方法と分割比の法則には、フィボナッチ数が関連しており、数学的な見方 や考え方を一層発展することができる。 3 学年で扱うのであれば、a:b(a>b) の分割比は正方形は  $(a+b)^2$ 、長方形は b(a+2b) と式化できさらに追求できる。(一般性、数学的理論の構築)
- 3 指導計画(全1時間)正方形を長方形に直すとなぜ面積が増加するのか

## 4 指導の構想

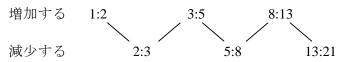
正方形を4つに分割し、それらを組み合わせて長方形にするとき、面積が $1 \text{ cm}^2$ 増加して見えるという有名なパズル問題である。組み合わせてできた長方形に実は隙間があり、その隙間の面積がわずか $1 \text{cm}^2$ であることと、2 つの折れ線の傾きが近似しているために起こるのである。

最初に、正方形を長方形にするときのもととなる分割比に注目することが必要である。そこで、分割比 1:1 と 3:5 を対比して、3:5 はすぐに長方形をつくることができず、4 つの分割が工夫されたな分割であることに興味をもたせる。また、面積が変化していることにも不思議な感覚を持つ。その上で、①面積が増加して見える理由と②その面積の増加が 1 cm² になる理由の 2 つを本題材の追求の課題とする。

①については、一次関数の傾きの活用として扱うことで、数量関係領域だけでなく、図形領域でも傾きを活用する。そのため、方眼紙を用いて実際に切り取り操作することで、高さ/底辺ということを見えやすくする手だてが必要となる。生徒は傾きが 3/8(15/40)と 2/5(16/40)とかなり近似していることがこのパズルのトリックの証ということに驚くであろう。

②については正方形を長方形に分割するときの分割比を調べると、次のようにフッボナッチ数列の数の比になっているときに増減量が  $1 \text{ cm}^2$ であることに気がつき身近に潜む数理の不思議さを実感する。そこで、3:5 の他に、 $1 \text{ cm}^2$ 減少する 5:8 や、増減量が  $1 \text{ cm}^2$ でない 4:5 を対比して扱うことが必要となる。

フィボナッチ数のとき 変化量 1cm²



フィボナッチ数でないとき 変化量 1cm<sup>2</sup> でない (例)4:5 正方形 81 長方形 70

### 5 本時の指導

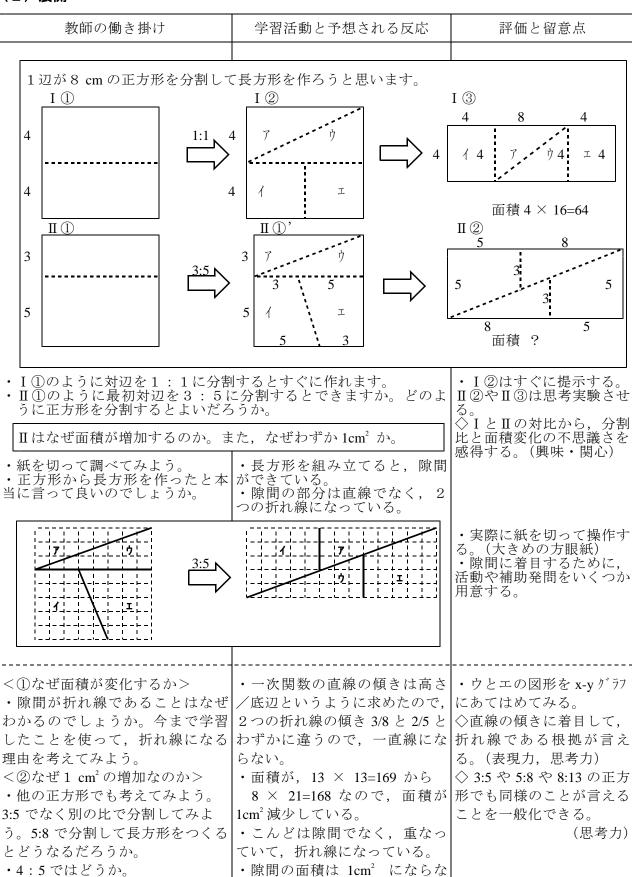
### (1) 本時のねらい

- 面積が一定になる場合と面積が変化する場合の対比から、分割比と分割方法の不思議さを感得する。 (興味・関心)
- 実際に紙を切って操作することで、隙間に気がつき、面積が変化することがわかる。

(判断力)

(思考力)

- 折れ線になる理由について、一次関数の「傾き」を根拠に、説明することができる。
- 変化量が 1 cm² になる場合の分割比がフィボナッチ数であることに気がつくことができる。



い。分割比に法則がある。