第１学年　数学科　学習指導案

本時の主張

授業前

①　「比例とは何か」といった定義が定着していない。
②　事象の特徴を読みとって式に表すことが苦手である。

↓ 次のア，イ，ウの手立てを講じると

ア　変化の様子は似ているが「反比例になる事象」と「反比例にならない事象」を対比して提示する。
イ　x=0のときのyの値が0にならないことの理由を説明させる。
ウ　類推構造図を提示する。

↓ 次のような生徒の姿が具現できる。

授業後

①’対応表や図を根拠に反比例の特徴を説明することができる。
②’反比例の式表現による定義を自ら導くことができる。

１　単元名　「比例と反比例」　題材　反比例

２　単元の目標

○　比例と比例でない事象とを対比して調べることを通して，関数関係の意味を説明できる。
（数量や図形についての知識・理解）

○　具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出し，対応表を用いて対応の仕方と変化の仕方を調べ，変数ｘと変数ｙを用い数量の関係を式で表すことできる。　（数学的な技能）

○　正比例になる事象と反比例になる事象を比べることを通して，それぞれの定義や式表現，表の特徴やグラフの形状の共通点，相違点を説明できる。　（数学的な見方・考え方）

○　比例，反比例を用いて，日常事象における問題を解決できる。（数学への関心・意欲・態度）

３　単元の評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形についての 知識・理解
・比例・反比例を用いて具体的な事象を調べ，調べた結果を仲間に説明している。	・具体的な事象の中にある二つの数量の関係から，反比例の関係としてとらえられる二つの数量を見いだしている。	・比例・反比例の関係を表，式，グラフで表している。	・関数関係とは何か説明している。 ・比例・反比例の特徴の違いを説明している。

４　単元と指導の構想

(1)　単元の学習価値

小学校６年では，二つの数量の関係を「一方の数量が変わると，それに伴ってもう一方も変わる」という見方をしてきている。本単元は，これまでの「変わると変わる」という見方から二つの数量の関係を「一方が決まると，もう一方も一つに決まる」という一意対応の見方への変容を促し，関数関係を定義することに価値がある。

新学習指導要領では，第１学年では，これまで第２学年で指導していた「関数」が新たに学習内容として加わった。それに伴って「…比例，反比例の関係について理解を深めるとともに，関数関係を見いだし，表現し考察する能力を培う（下線筆者)」にあるように，「見いだす」ことが書き加えられ，強調された。

具体的な事象の中に関数関係を「見いだす」能力とは，以下の４段階の方略を踏んで，事象の数理化を行う能力であると考える。

①　具体的に２変量の組を抽出する
②　抽出された２変量ごとに変域を確定し，一意対応を確認する。
③　y は x の関数であることを確認する。
④　変数 x と変数 y を使って $y=f(x)$ と式表現する。

この方略を用いて，様々な事象を数理的に表現することで，関数関係を考察する能力を培うことにも価値がある。

(2)　生徒の実態

標準学力検査（NRT）に以下のような出題があった。

（１）二つの量が比例するのはどれですか。①～④から一つ選びなさい
　①　縦が５㎝の長方形の横の長さと周りの長さ
　②　縦が５㎝の長方形の横の長さと面積
　③　面積が10㎝^{2}の三角形の底辺と高さ
　④　円の半径と面積

この問題の通過率が対象とする学級では全国の通過率に対して下回った。これには，次の要因が考えられる。

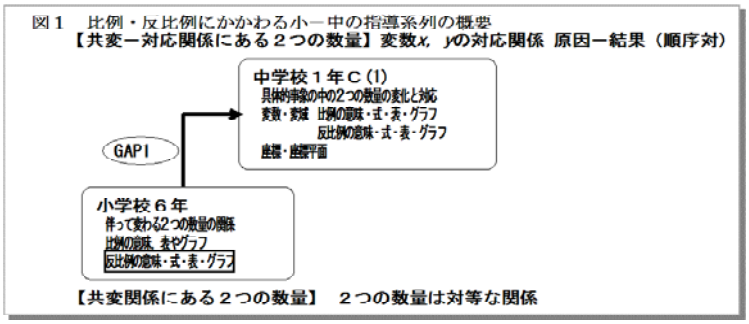
◎　事象を式に表すことに不十分さがある。
◎　「比例とは何か」といった定義を理解していない。
◎　式から比例かどうかを判定する経験が乏しい。

言い換えるならば，関数関係を見いだすことに不十分さがあるのである。

(3)　指導の構想

①　単元構想について

比例・反比例の学習にかかわる小学校と中学校の内容を整理する（図１）。小学校では学習指導要領の改訂に伴い，反比例が新たに学習内容に加わった。このことで，中学校における比例・反比例の学習は，改訂前と比べて，生徒のギャップは小さくなったといえよう。しかしながら，次の点で依然としてギャップはある。



① 小学校では，「～と～は比例する」というように二つの数量は対等な関係としてとらえてきた。それが，中学校では，二つの数量の関係を「…は～に比例する」というように順序のある特別な対応関係としてとらえ直す必要があること。
② 小学校では現実場面から数量の関係を考察している。そのとき，定義域・値域ともに必ず正の数の範囲であり，比例定数も正の数である。中学校では，現実には考えることが難しいものの理念的にはありうるものとして定義域・値域を正・負の数まで拡張して，比例定数が正の場合だけではなく，負の場合までも分析すること。

小学校６年と中学校１年における「比例」の定義を見てみる。

＜小学校６年＞
二つの数量があって，一方の値が２倍，３倍，４倍，……になると，それに伴ってもう一方の値も２倍，３倍，４倍……になる時
⇔ この時，二つの数量は比例する

→

＜中学校１年＞
伴って変わる変数x，変数yがあり，その間の関係がy＝ax（aは定数）で表される
⇔ この時，yはxに比例する

このような理由から，小学校での倍比例型の定義を，中学校では，式表現による定義へと切り替える必要がある。確かに，小学校でも，「y＝（決まった数）×x」というように式表現はなされている。しかし，何のために変数x，yを使うのかに十分に注意は払われていない。このように，単にx，yを与えて関係式を作らせただけでは，なぜ式表現によってあえて学び直すのかは分からない。

したがって，単元構成上，少なくとも以下の２点に配慮する必要がある。

○ x変数，y変数を用いた関係式を作ることの意義を，対等な二つの数量の関係と順序対としての数量の関係とから具体的に実感させること
○ 現実場面では変域が正の数だけであり，現実場面にはあまり考えられないのだけれども，あくまでも理念的な場合に限って変域を正の数・負の数まで拡張するということを学習者に明示すること。

② 反比例について

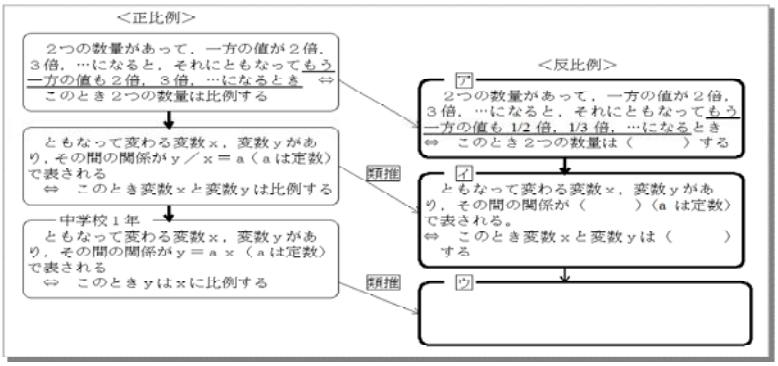
中学校の比例・反比例の学習では，小学校の倍比例型の定義から，いかにして式表現による定義へと切り替えるかが問題となる。

そこで，次の２点に配慮した。

① 対応表から反比例の性質を見いだす場面を設定する。
② 変数 x，y を用いた比例の関係式から類推して，反比例における変数 x，y を用いた関係式を学習者が自ら導けるようにする。

②のために，以下のような類推構造図を提示して，空欄を埋めさせる。

反比例では，従来，教師が一方的に教えてきた「定義」を，正比例を基に生徒に導かせる。このように，類推してから「書く」「読む」という言語活動をとおして，学力を定着させる。



5　単元の指導計画（全12時間）

時	学習のねらい（○）と主な活動内容（・）	評価 関	考	表	知	評価規準
1	○　事象から二つの変量を抽出して，その特徴を説明できる ・水そうに水を入れる場面を提示して，「変われば変わる」数量の関係を挙げる。 ・変化の様子を対応表に書く。 ・対応表の特徴を挙げる。		○	○		※伴って変わる二つの数量の関係を複数挙げる。 ※二つの数量の変化の仕方を対応表にまとめることができる。
2	○　比例と比例でない二つの数量関係を比較することで，関数の意味を説明できる。 ・郵便料金と重さの関係を，対応図や対応表を用いて整理する。 ・比例と比例でない関係を対比して，共通点をまとめる。 ・「関数」とはどのような数かをまとめる。		○		○	※比例と比例でない二つの数量関係を比較して，共通点を述べられる。 ※関数とは何か述べることができる。
3	○　満杯の水そうから水を抜いていく場面から伴って変わる二つの数量を取り出し，特徴を説明できる。 ・二つの数量の関係を表で表し，数量の関係を式で表す。 ・表した数量の関係がどのような変化をするのか答える。			○		※伴って変わる二つの数量の関係を表に表し，特徴を複数挙げられる。
4 本時	○　反比例の対応表を分析し，式に表すことができる。 ・面積が一定の長方形と周が一定の長方形から伴って変わる二つの数量を取り出す。 ・取りだした数量の関係を表にまとめ，特徴を記述する。	○	○	○		※伴って変わる二つの数量を複数挙げ，仲間に伝える。 ※抽出した２変量の関係を式に表すことができる。
5	○　正比例の対応表と反比例の対応表とを対比し，共通点，相違点を述べることができる。 ・ｘ＝０のときのｙの値を検討する。		○			※比例と反比例の対応表の共通点，相違点を複数挙げる。
6	○　比例定数が負の場合の反比例の対応表の特徴を述べる。				○	※比例定数が負の場合の変化の仕方を説明できる。
7	○　x-y 座標平面上で y=ax のグラフの作成と，その形状の特徴を述べることができる。 ・式を与えてグラフを描く。 ・グラフを与えて，式を読みとる。		○	○		※比例のグラフが比例定数が分数であっても描ける ※与えられたグラフから式を読みとることができる。
8	○　x-y 座標平面上で y=a/x のグラフの作成とその形状の特徴を述べることができる。 ・式を与えてグラフを描く。 ・グラフを与えて，式を読みとる。 ・比例と反比例のグラフの共通点，相違点を述べる。		○	○		※反比例のグラフが正しく描ける。 ※比例と反比例のグラフの共通点，相違点を複数挙げることができる。

9 １０	○　比例・反比例を用いて，日常事象の問題を解決できる。 ・身の回りにある比例と反比例の場面を取り上げ，表，式，グラフを用いて調べる（歯車・時間，道のり，速さ　など） ・過去の全国学力調査問題に取り組む ・厚さや枚数を推定する方法を検討する。 ・歯車の問題を反比例の考え方を活用して解決する。	○	○			※比例・反比例の考えを活用して問題を解決しようする。 ※調べた結果を仲間と伝えあうことができる。
１１	○　動点の問題を比例の考え方を活用して解決することができる。 ・動点の動く速さなどを変化させながら，繰り返し問題に取り組む。	○	○			※長方形の周上を点が動くとき，関数関係となる二つの数量を見いだすことができる。 ※調べた結果を仲間と伝え合うことができる。
１２	・単元の確認問題に取り組む			○	○	

６　本時の学習（全12時間　本時４時間目）

(1)　本時のねらい

○　反比例では $x=0$ に対応する y の値が存在しないことの理由を説明できる。

○　比例の定義から類推して，反比例の倍比例型の定義と式表現の定義を述べることができる。

(2)　本時の構想

本時の構想は以下のとおりである。

①　２変量を見いだす

②　変化の様子を対応表に表す。

③　対応表から特徴を述べる。

④　$x = 0$ に対応する y の値を検討する。

⑤　正比例の定義から類推して，反比例の定義を記述する。

数学的活動ア「数や図形の性質を見いだす活動」は，上記の④と⑤が該当する。

言語活動の視点から見ると，④と⑤について，期待する生徒の姿は次の通りである。

④について……・図形の特徴と関連づけて，y の値が存在しないことを学習者が述べる

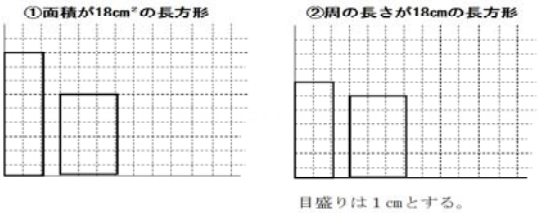
・縦と横を掛けると一定の値になることを根拠に説明する

⑤について……・正比例の定義の文を，反比例の定義に適応させて，自ら記述する

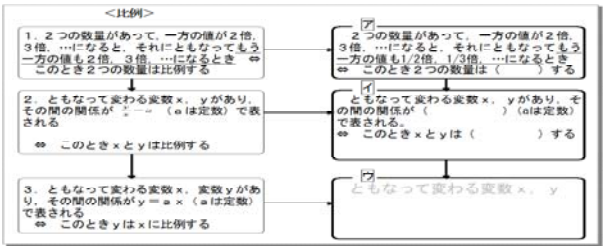
・反比例とよぶことの理由を述べる。

以上が本時の構想の核となる。

(3)　本時の展開と評価

<table>
<tr><th>学習内容・活動</th><th>主な教師の働きかけと児童・生徒の反応</th><th>指導上の留意点と評価（◇）</th></tr>
<tr><td>**ア　事象から伴って変わる２変量を見いだす活動**</td><td>ア　図を提示して，次の発問・指示をする。
 

発問：二つの図について，文型に当てはまるような二つの数量を挙げなさい。</td><td>・文型を提示する。
「　」が変わると,それに伴って,「　」も変わる。</td></tr>
<tr><td>**イ　２変量の変わり方の特徴を調べる活動**
（２０）</td><td>【生徒の反応】
＜①の場合＞
縦の長さ（cm）が変わると，それに伴って，横の長さ（cm）も変わる。
＜②の場合＞
縦の長さ（cm）が変わると，それに伴って，横の長さ（cm）も変わる。
イ　次の発問をする。
発問：①②について，それぞれの長さの変わり方を表にかきなさい。
指示：表を見て，気付いたこと・考えたことをノートに書きなさい。
＜①＞
縦(cm)　1　2　3　4　5
横(cm)　18　9　6　4.5　3.6
＜②＞
縦(cm)　1　2　3　4　5
横(cm)　8　7　6　5　4
例えば，①については次のように記述する。
・一方の値が２倍，３倍になると，それに伴ってもう一方の値は 1/2 倍，1/3 倍になっている。
・１×１８，２×９のように掛けると常に１８になっている。</td><td>◇２変量の変わり方を対応表にまとめることができたか（技能）
◇対応表の特徴を記述できたか（関心）
・１８を縦の長さで割ると横の長さになることも確認する。
・具体的な図を扱っていることを説明する。</td></tr>
<tr><td>**ウ　反比例の対応表を分析して特徴を見いだす活動**</td><td>ウ　次の指示で活動を組み立てる。
指示１：①②の対応表は縦の長さが１から始まっています。１より小さい場合はあるのですか。
指示２：次の表に数をあてはめて対応表を完成させます。
指示３：①の表ができたら，ノートをもってきなさい。</td><td>・①②までの表を提示す</td></tr>
</table>

		① 縦(x) 0　0.01　…　0.5　…　0.9…　1　2　3　4　5　…　18　…100… 横(y) 18　9　6　4.5　3.6　…　1 ② 縦(x) 0　0.01　…　0.5　…　0.9…　1　2　3　4　5　6　7　8　8.1　…8.5…　9 横(y) 8　7　6　5　4　3　2　1 【生徒の反応】 *a*．　ｘ＝０のときにｙ＝０とする。 *b*．　ｘ＝０のときに空欄にしておく。 ＜*a* の生徒は次のように答える＞ ・１８÷０は０だからｙ＝０となる。 ＜*b* の生徒は次のように答える＞ ・長方形を考えているわけだから，０㎝というのはありえない。だから考えなくてもいいので，空欄にする。【図形を根拠にした説明】 ・表の上と下を掛けると１８なのだから，縦が０㎝のときに掛けて１８になるような値はない。だからありえない。 【表を根拠にした説明】	る。 ・縦を *x*，横を *y* とすることを確認する。 ・早く終わった生徒には②も書くように促す。 ・ほぼ全員が①の表を完成させた時点で，*a* と *b* の意見についてそれぞれ発表，または板書させる。 ・*a* の反応がなかった場合は，授業者がｙ＝０としてはなぜいけないのですかと問う。 ・*a* の生徒も *b* の生徒の意見を聞いて，収束することになる。 ・隣同士で確認させる。 ・*xy*＝１８になるという発言を引き出して，式表現に結びつける。
エ　正比例と対比して，反比例の定義をまとめる活動	エ　次の発問・指示・説明で組み立てる。 説明：①の表は一方の値が２倍，３倍になると，それに伴ってもう一方の値は 1/2 倍，1/3 倍になっているという特徴がありました。これと似ている特徴をもつものに「比例」があります。 教師：図のようにして，特徴が似ている比例と比較しながらまとめていきます。  指示１：括弧の中に言葉を入れなさい。 生徒：反比例 **発問１：なぜ反比例というのですか。理由をノートに書きなさい。** （生徒の反応例） 一方の値が２倍，３倍，４倍となったときに２倍，３倍，４倍となるのが比例なのだから，その反対で 1/2 倍，1/3 倍,1/4 倍になっているので反比例とした。 指示２：イを読みます。（　）はかっこと読みます。 指示３：イにはかっこが二つあります。右側の比例を参考にして，二つのかっこ	・ノートに貼れるようなプリントを用意しておく。 ・理由が書けたことを賞賛する。 ・用語を覚えるだけではなく，意味を考えて覚えると忘れないことを語る。 ◇比例の定義から類推して，式表現を記述できたか（考え方） ・イ が書けた生徒にはウを書くように指示する。

（３０）	を埋めます。 生徒は$\boxed{ウ}$に以下の文章を記述する。 $\boxed{ウ}$ ・ともなって変わる変数ｘ，変数ｙがあり，その間の関係が y=a/x（ａは定数）で表される。⇔このときｙはｘに反比例する。 教師：今日は小学校の時にも学習した反比例を３つの段階に分けて，その特徴を明らかにしてきました。次回からグラフや式の特徴を詳しく調べていきます。	・書けない生徒には個別に支援する。 ・早く終わった生徒に板書させる。 ・遅い生徒には黒板を写すように促す。