

第6学年 算数科 学習指導案

本時の主張

本時は、「比例と反比例」の14時間目で、原点を通らないグラフの見方への理解を深める授業である。形の異なる3つの入れ物に水を入れた時間と深さの関係をグラフに表す場面について、既習の $y=ax$ の式を活用し、決まった数（比例定数）が異なる3つのグラフをどうつなげればよいかを検討する。

小学校の関数の指導では、「伴って変わる2つの量 x と y があって、 x の値が2倍、3倍、…になると、 y の値も2倍、3倍、…になるとき、 y は x に比例する。」という比例の定義をもとに、 x の変化に対する y の変化を、横の関係で見ていくことが中心となる。しかし、中学1年生での比例の定義は、「 $y=ax$ が成り立つこと」となる。そのため、小学校のうちに、 x の値に対する y の値の一定性に目を向けてグラフを読み取り、比例定数 a を用いた関係式を導く、「縦の関係」の見方を学び、理解を深めることは価値あることと考える。小学校では、比例のグラフといえば、「原点を通る右上がりの直線」ということが中心となるが、原点を通らないグラフをどう扱うかを考えることで、中学校で育てる数学的な見方・考え方の基礎を培いたい。そこで本時では、次の手立てを講じる。

- ① 傾きの異なる3つのグラフをつなげて提示することで既習とのズレから課題を生み、解決への見通しを検討させる。
- ② 自力解決で生まれるであろう「つなぎ目の部分をグラフでどう表せばよいのか」という問題意識を全体で共有化し、解決策をペアで話し合わせる。
- ③ 完成したグラフは、「比例のグラフ」と言えるのかを問うことを通して、比例のグラフへの理解を深める。

1 単元名 「比例と反比例」

2 単元の目標

- 伴って変わる2つの数量の関係を考察する。 [D (2)]
- ・比例の関係について理解する。また、式、表、グラフを用いてその特徴を調べる。 [D (2) ア]
- ・比例の関係を用いて、問題を解決する。 [D (2) イ]
- ・反比例の関係について知る。 [D (2) ウ]

3 単元の評価規準

算数への 関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形に ついての技能	数量や図形についての 知識・理解
日常生活の中で、比例や反比例の関係に着目したり、比例や反比例の関係を用いて問題解決をしたりしようとしている。	2つの量の関係を比例や反比例の定義や性質を使ってとらえたり、表やグラフから2量の関係を考察したりしている。	表やグラフから、対応する数量を読むことができる。また、比例や反比例の関係を表やグラフに表すことができる。	比例や反比例の定義や性質を理解するとともに、その関係を表やグラフに表す方法を理解している。

4 単元と指導の構想

(1) 単元と児童

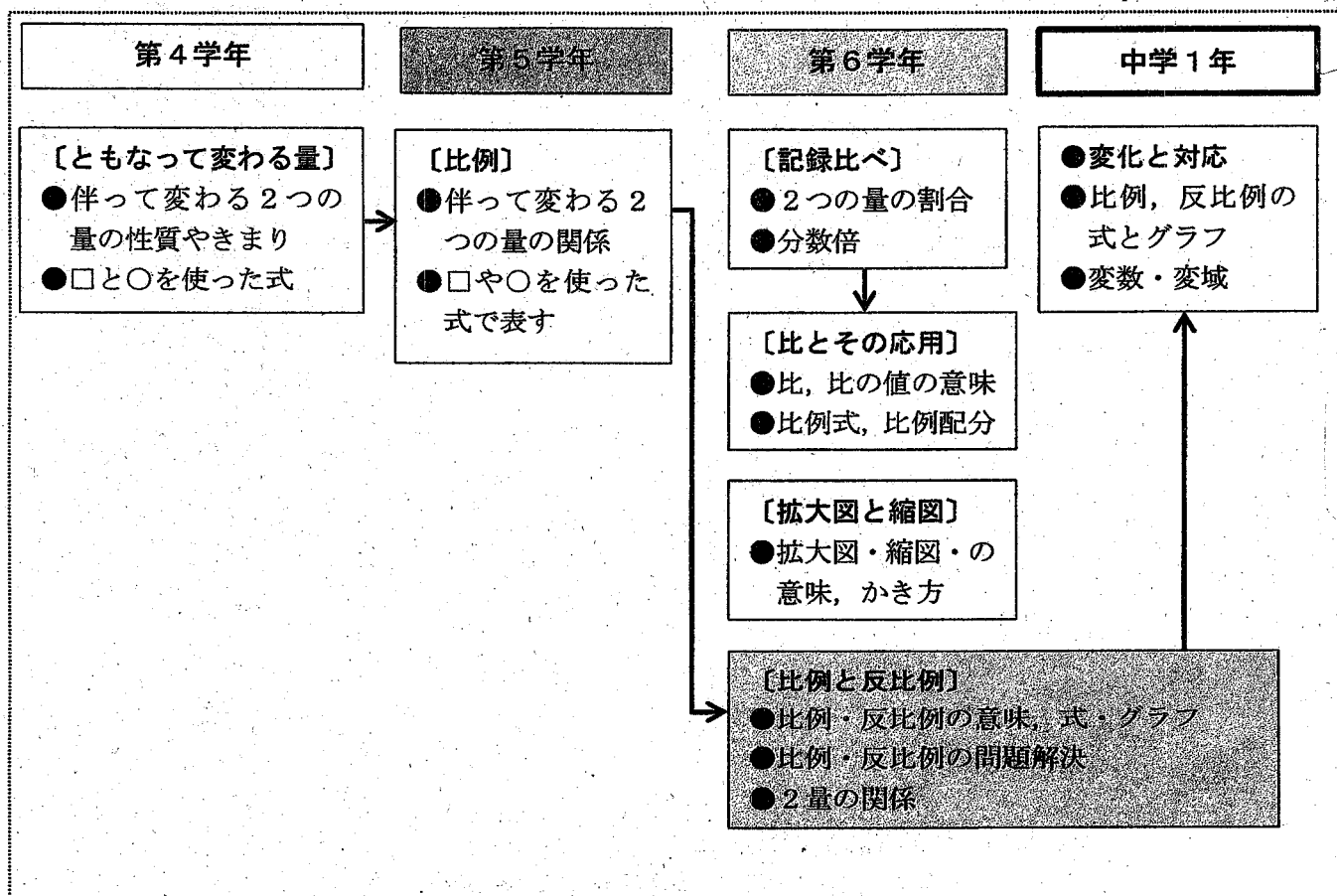
①単元について

伴って変わる二つの数量の関係については、低学年からいろいろな場面で学習してきた。第6学年では、これまでに指導してきた数量関係についての見方をまとめるために、伴って変わる二つの数量の中から特に比例の関係にあるものを中心に考察し、中学校の関数指導につなげるものとして、関数の見方や考え方を伸ばすことをねらいとしている。

そして、本単元では、水が入る時間とたまっていく高さの関係をグラフに表しているため、水が入れ物いっぱいに入るまでという限定がかかり、 x や y に定義域と値域が存在する。「ずっと続く」という比例のグラフを学習している子どもたちにとって、その反例としても価値のある教材だと考える。

また、新学習指導要領の「C 変化と関係」の第6学年で求められる資質・能力の項目に、「伴って変わる二つの数量やそれらの関係に着目し、変化や対応の特徴を見だして、二つの数量の関係を表や式、グラフを用いて考察する力」が挙げられている。このことから、二つの数量やそれらの関係に着目して考察し、表や式、グラフと関係づけて問題を解決するような数学的活動を、単元を通して行うことが大切であるといえる。

なお、本単元の指導上の関連単元と指導事項は以下の通りである。



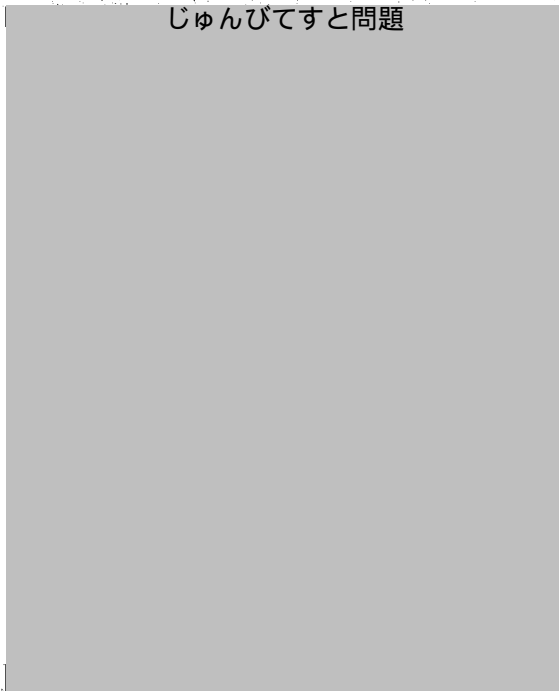
②児童について

小学校では、学習指導要領4年D領域の数量関係において、伴って変わる2つの数量の学習をする。6年生では、「比例・反比例」を学習するが、ここに至るまでに「単位量当たりの考え方」「割合」「比とその応用」などで、比例の考え方を使って学習を行ってきた。

さらに、本単元実施前に下のようなレディネステストを行った。

①では、グラフの縦軸と横軸の読み取りと数値をグラフに表す問題を、②では、2つの量の関係の把握（比例しているものを選ぶ）と、式に表す力を問うた。また、②は、①～⑤の関係を式に表すように指示した。正答率や誤答率は、以下の通りである。

じゅんびてすと問題



各問題の正答率の表



①は正答率が高かった。縦軸と横軸の数値を正しく読み取ることや、数値の変化、グラフへの描き入れなどの既習事項は、十分に理解されていることが分かる。しかし、②は、約半数の児童が誤答だった。比例の定義は理解しているが、問題場面を正しく把握し、その関係性を立式することができていなかった。「2つの数量の関係を式に表す」という活動を、単元を通して十分に行っていく必要がある。

(2) 指導の構想

本単元では、ともなって変わる2つの数量について、問題文や表、グラフをもとに、比例や反比例の関係を見つける力が必要である。しかし、その関係性に気付くためには、表やグラフをどのように読み取り、分析するかを数学的な見方を養っていかなければいけない。そのため、様々な問題場面で、ともなって変わる2つの数量の関係を考察させ、比例関係を見つけさせる活動を大切にしたい。これにより、児童が、表やグラフから2つの数量関係を把握して比例関係を立式し、自ら問題を解決していく姿を引き出したい。そのために、以下の手立てを行う。

① 2つの数量の間のきまりを見つける活動を通して、比例関係の見方を養う

「一方の量が増加していくとき、もう一方の量はどうか変化するか。」「変化の仕方に、どのような規則性があるか。」という2つの視点を意識させながら、単元を通して2つの数量の間にあるきまりを見つけさせる。一次の4時間目までは、「伴って変わる2つの量 x と y があって、 x の値が2倍、3倍、…になると、 y の値も2倍、3倍、…になるとき、 y は x に比例する。」という比例の定義に基づいた横の見方ができるようにする。5時間目では、 x の増え方に対応する y の増え方に着目させ、「決まった数 a 」を用いた $y = a \times x$ という比例関係を表す式の表現を獲得させる。また、この決まった数は、表の関係を縦に見て、「 $y \div x = \text{一定}$ 」になることから見つけられることも押さえない。そして、8時間目からは、比例のグラフを用いて、式と図を関係づけた見方を学習する。このように、段階を追って、比例関係に対する見方を広げ、深めていく。

② 「思考の方法」を用いて筋道立てて説明させることを通して、児童の思考力を高める

学習意欲が高く、自分の考えを文章で表現できる児童は多いが、説明の中に図やグラフを効果的に用いて筋道立てて表現したり、グラフや表などの資料を分析したりする力が弱い。そのため、説明の中にグラフや表を使わせるための働きかけや、「比較する」「関係づける」「仮定する」などの思考の方法を用いて筋道立てて説明させる活動を単元の中で意図的に設定する。自力解決や全体検討の場面でくり返し使わせることで、児童の思考力や表現力を高めたい。

思考の方法	使わせたい表現の例
比較する	AとBのグラフを比べると、Aの方が決まった数が大きいので傾きも大きい。
関係づける	針金の長さが2倍、3倍、…になると、重さも2倍、3倍、…になっている。つまり、長さとは重さは、比例していると言える。
仮定する	弟が5歳で姉が8歳。もし、3歳ちがいの弟の年齢と姉の年齢が比例しているならば、弟が10歳になったら、姉は16歳になります。これでは、3歳ちがいになりません。したがって、この2つは比例関係ではないと言えます。

5 単元の指導計画 (全20時間 本時14/20時間)

小単元	学習活動	評価の観点				
		関	考	技	知	
1 比 例 (7)	1	●紙の枚数と重さとの間にどのような関係があるのかを考える。 ●紙の枚数から重さを求める方法を考える。		◎		◎の具体的内容 ●紙の枚数と重さには決まった関係があることに気づき、それを利用して枚数の求め方を考えている。
	2	●紙の枚数と厚さとの間にも、枚数と重さとの関係が成り立つか考える。 ●紙の厚さから枚数を求める方法を考える。		◎		●紙の枚数と厚さにも決まった関係があることに気づき、枚数の求め方を見いだしている。
	3	●針金の長さとは重さの表を見て、どのように変わっているのかを話し合う。 ●長さが2倍、3倍になっているとき、重さも2倍、3倍になっていることに気づく。 ●比例の意味をまとめる。 ●針金の長さが1.5倍、2.5倍になった場合や、1/2倍、1/3倍になった場合に、針金の重さがどのように変わるかを調べる。			◎	●表から2量の関係をとらえ、比例の意味を理解している。
	4	●いろいろな伴って変わる2つの数量の関係から、比例関係になっているものを見つける。 ●何が何に比例しているかを考える。		◎		●伴って変わる2つの数量から、比例関係にあるものを見つけることができる。
	5	●水槽に入れた水の量と深さが比例していることを知り、2量の関係を調べる。 ●深さ÷水の量の値を求め、それが何を			◎	●比例関係を式に表すことができる。

		<p>表しているかを考える。</p> <p>●水の量と水の深さの関係を、xとyを使った式に表す。</p>					
	6	<p>●針金の長さと言さの表から決まった数を求め、関係を式に表す。</p> <p>●比例関係は、$y=決まった数 \times x$で表すことができることを知る。</p>			◎	●比例の式の決まった数の意味を理解している。	
	7	<p>●正三角形や正方形の一边の長さと周りの長さが比例していることが分かり、比例の式に表す。</p>			◎	●比例関係を式に表すことができる。	
2	比例のグラフ(2)	8	<p>●水槽に入れた水の量と深さの関係を調べ、表に表す。</p> <p>●グラフに表し、どんなグラフになるか調べる。</p> <p>●xが0のときのyの値を調べる。</p> <p>●比例関係を表すグラフの特徴を知る。</p>			◎	●比例関係を表すグラフの特徴を理解している。
		9	<p>●グラフから対応する数量を読み取る。</p> <p>●グラフから様々な情報を読み取る。</p>			◎	●グラフから対応する数量を読み取ることができる。
3	比を例使の性質(2)	10	<p>●コーラの量とコーラの中に含まれる砂糖の量との関係を調べる。</p> <p>●コーラ 250mLの中に含まれる砂糖の量を比例の考え方を用いて求める。</p> <p>●コーラ 180mLの中に含まれる砂糖の量を式から求める。</p>			◎	●比例関係を用いて問題を解決している。
		11	<p>●おもりの重さとゴムの伸びる長さの関係を表したグラフを読み取る。</p> <p>●グラフから、2量の関係を式に表す。</p>			◎	●比例のグラフをもとにして問題を解決している。
4	ともなうて変わる量(3)	12	<p>●入れ物に水を入れるときの時間とたまっていく深さの関係を理解する。</p> <p>●表をもとにグラフに表す。</p>			◎	●時間と深さの関係(横の関係)と $y=2 \times \text{時間}(x)$ という式で表せる関係(縦の関係)を理解している。
		13	<p>●底面積や高さが異なる入れ物に水を入れるときの時間と深さの関係を理解する。</p>			◎	●A・B・Cの入れ物に水を入れると、1分間に何cm深さが増えるのかを理解している。
		14	<p>●3つの入れ物をつないだとき、時間と深さの関係がどのようなになるかを考える。</p> <p>●A・B・Cの入れ物をつないだときの時間と深さの関係をグラフに表す。</p>			◎	●3つの入れ物をつないだ時の時間と水の深さの関係を表したグラフの描き方を考えることができる。

5 反 比 例 (4)	15	●面積が一定の長方形の、縦と横の長さの関係を調べる。 ●反比例の意味をまとめ、定義を知る。			◎	●2量の関係を、表などを用いて考え、反比例の関係を理解している。
	16	●面積一定の長方形の横の長さをx, 縦の長さをyとしたときに, xとyの対応する数のきまりを見つけ, 式に表す。 ●反比例の関係を表す式を知る。			◎	●反比例の関係を, 式に表すことができる。
	17	● $x \times y = 24$ のx, yに対応する値の組を表す点を取り, グラフに表す。 ●反比例のグラフを, 比例のグラフと比べる。 ●反比例の関係にある問題を解く。			◎	●反比例のグラフの特徴を理解し, 表すことができる。
	18	●表から2量の関係が反比例していることに気づく。 ●反比例の関係を式に表す。			◎	●反比例の関係に気づき, 式に表すことができる。
(1) 練習	19	●既習事項の理解を深める。				
(1) 力だめし	20	●既習事項の確かめをする。				

6 本時の計画 (14 時間目 / 全 20 時間)

(1) 本時のねらい

形の異なる3つの入れ物をつなげて水を入れた時間と深さの関係について、グラフの変わり目を検討する活動を通して、決まった数（比例定数）が異なる3つのグラフを1つにしたときのグラフの表し方を考えることができる。

(2) 本時の構想

児童は、前時まで、AからCまでの入れ物を個別に見て、水を入れた時間と深さの関係について、表や関係式に表し、比例関係を確認している。本時は、形の異なる3つの入れ物をつなげて水を入れたときの水の深さと時間との関係を表したグラフをどのように描けばよいかを考える授業である。グラフのつなぎ目をどう表せばよいかを検討し、傾きの異なるグラフは、つないで表してもよいということに気付かせたい。そのために、以下の手立てを行う。

【手立て1】 形の異なる3つの入れ物をつなげて提示することで、既習とのズレから課題を生み、解決への見通しを検討させる。

今までは、1つの入れ物、原点を通る直線のグラフしか扱ったことがない児童に対して、3つなげた入れ物を提示する。そうすることで、既習とのズレを感じた児童は、「水がいっぱいに入るまで何分かかかるのか」「どのようなグラフになるのか」など、様々な疑問が出てくると予想される。児童の疑問を拾い上げて共有化し、学習課題を設定する。



【手立て2】 自力解決で生まれるであろう「つなぎ目の部分をグラフでどう表せばよいのか」という問題意識を全体で共有化し、解決策をペアで話し合わせる。

子どもたちは、「原点を通る比例のグラフは、1本の直線」で表せるという既習とのズレを感じ、自力解決の場面で、「A、B、Cそれぞれの入れ物のつなぎ目の部分は、グラフでどのように表せばよいのか」という問いを持つと予想される。自力解決の途中で、それを全体で共有化し、解決したいという気持ちを高める。解決すべき部分を明確にしたところで、ペアで話し合い活動を行う。拡大したグラフ用紙を使って話し合うことで、話し合いが円滑に進み、その後の自力解決への見通しにもつながると考える。



【手立て3】 完成したグラフは、「比例のグラフ」と言えるのかを問うことを通して、原点を通らないグラフへの理解を深める。

子どもたちは、前時までには、比例のグラフは、「原点を通る直線であること」「関係式 $y=a \times x$ で表せること」と学習している。ほとんどの子は比例のグラフであると見ていると思われる。そこで、「原点を通らないBとCのグラフは、比例のグラフと言えるのか」を問い、話し合わせる。そうすることで、比例のグラフの定義や x と y には変域があることを再確認し、原点を通っていないだけで、AやBのつなぎ目の部分を0とすれば、比例のグラフと捉えることができる見方を養いたい。

(3) 本時の展開

学習活動	教師の働きかけと予想される児童の反応	■評価・○留意点
<p>○問題を把握する。 (3分/3分)</p>	<p>T1 前回までは、A～Cの入れ物について水を入れた時間と深さの関係についてグラフを描いて考えていましたね。 問題の図</p>  <p>C1 そうだったね。</p> <p>T2 今日、A～Cの入れ物をつなぎます。 この立体に、A～Cそれぞれに水を入れた時と同じ割合で水を入れます。 【手立て1】</p>  <p>C2 つながっているところは、穴が開いているのかな。 C3 入れ物いっぱいに入水するまでに何分間かかるかな。 C4 どんなグラフになるのかな。</p>	<p>○A～Cのグラフや関係性を提示する。 ○テレビや具体物、掲示物などで提示する。</p> <p>○拡大したものを提示する。</p> <p>○前時から使っている3つの入れ物の見本をつなげて提示する。</p> <p>○出てきた疑問は、十分に取り上げ、共有する。</p>

<p>○課題を把握し、解決の見通しをもつ。 (3分/6分)</p>	<p style="text-align: center;"><学習課題> 3つの入れ物をつないだ時、水を入れた時間と深さの関係は、<u>どうやってグラフに表せばよいだろうか？</u></p> <p>C5 直線のグラフになるのかな。 C6 折れ曲がったグラフになりそうだよ。 C7 まずAの入れ物に水を入れたグラフから描けばいいよ。 C8 今までの関係式が使えるかもしれないよ。</p>	<p>○学習課題は、赤で囲む。 ○課題を共有し、解決の見通しがもてたかを全体に問う。 ○既習を想起させる。</p>
<p>○自力解決を図る。 (3分/9分)</p> <p>○自力解決での悩みを共有化する。 (3分/12分)</p> <p>○ペアで検討する。 (3分/15分)</p> <p>○自力解決する。 (5分/20分)</p>	<p>T3 グラフ用紙に、A～Cの3つの入れ物をつなげた形がいつぱいになるまでのグラフを考えて描きましょう。</p> <p>C9 3つの入れ物に水を入れるのがそれぞれ15分、5分、2分だから22分。22分で134cmをいつぱいにするから、その点を直線で結べばいいと思う。</p> <p>C10 私は、前の時間に求めた関係式を使ってグラフを描いてみよう。Aは、横軸のxが15分間で、縦軸のyが30cmで、$30 \div 15 = 2$で、$y = 2x$、Aは0から始まるから、まずこれは直線で表せるな。</p> <p>C11 Bは、$x = 5$、$y = 40$だから、$40 \div 5 = 8$で、$y = 8 \times x$なのは、分かっているけど、どう表せばいいかな。前の時間にやった比例のグラフは0から始まっているんだけど。Bは、どこから描けばいいのか分からない。</p> <p>T4 考えていて、困ったことがある人がいるみたいです。何に困っているか話をしてください。</p> <p>C12 Bのグラフをどこから描けばいいか、迷っています。</p> <p>C13 Cもです。Aは、0から始めればよいのですが。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>T5 入れ物のつなぎ目のところですね。では、「つなぎ目の部分のグラフをどう表せばよいのか」について、ペアで話し合ってみましょう。 【手立て2】</p> </div> <p>C14 つなぎ目のところは、そのままくっつけばいいと思う。Bに水が入り始めるところは、深さ0 ($y = 0$) ではないから。</p> <p>C15 なるほど。Aの後、つまり $y = 30$ から始まればいいのか。</p> <p>C16 時間も15分後からだから、$x = 15$ ってことだね。</p> <p>C17 Cが始まる場所も、同じように考えればいいのか。</p> <p>C18 Aの深さが30cm、Bの深さが40cmだから $x = 70$ で、$y = 20$ のところだね。</p> <p>C19 つなぎ目の部分の表し方が分かったから描けそう。</p> <p>T6 ペアでの話し合いで分かったことを生かして、自分でグラフを描いてみましょう。</p> <p>C20 前の時間に分かった関係式を使ってグラフをつなげれば描けそうぞ。</p>	<p>○xが25分までのグラフ用紙を配付する。 ○誰がどの考えをしているかを座席表で把握し、指名計画を立てる。</p> <p>○途中で自力解決を止め、困ったことを共有化する。</p> <p>○話し合う内容を明確にする。 ○必要に応じて、ペアに1枚グラフ用紙を配付し、グラフを使って話し合いを行わせる。</p> <p>○動き出せない子には、つなぎ目の部分の支援を行う。</p>

<p>○全体でグラフを検討する。 (15分/35分)</p>	<p>T7 考えたグラフを発表してください。つなぎ目の部分についても説明をお願いします。 予想されるグラフ</p>  <p>C21 つなぎ目の部分は、ここになると思います。Aがいっぱいになったら、Bが始まるからです。同じように、Cが始まるのは、Bが終わったところだと思います。ここでグラフの傾きが変わります。</p> <p>C22 Cは、2分間でいっぱいになるので、20分から22分までだと思います。</p> <p>C23 y軸は、3つを重ねた高さの134cmまで描けばよいと思います。</p> <p>T8 水が入る時間と水の深さの関係、そのグラフの描き方を動画で確認してみましょう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>T9 このグラフは、比例のグラフと言えるのでしょうか。 【手立て3】</p> </div> <p>C24 右上がりの直線だから比例だと思います。</p> <p>C25 でも、BとCのグラフは、0を通ってないから比例とは言えないと思うよ。</p> <p>C26 どっちなんだろう。</p> <p>T10 それぞれのグラフの関係式はどうでしたか。</p> <p>C27 式は、Aが$y=2 \times x$、Bが$y=8 \times x$、Cが$y=32 \times x$なので、比例していると言えると思います。</p> <p>T11 前の時間にやったグラフを見てください。これはそれぞれ比例していると言えましたね。Bのグラフは、$x=15$の部分で0と見ればどうでしょうか。</p> <p>C28 そこを0と見れば比例していると思います。</p> <p>C29 同じように、$x=20$のところを0と見れば、Cも比例していると言えるね。</p> <p>C30 そういう見方も あるってことだね。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>提示するグラフ</p>  </div>	<p>○実物投影機を使い、グラフをそのままテレビに映して説明させる。</p> <p>○誤答があれば先に出し、全体で修正していく。</p> <p>○誤答が出なければ、教師が出す。 ($x=15, y=0$からBのグラフが始まるという考え等)</p> <p>○スクールプレゼンターを使い、動画で確認する。</p> <p>○正しいグラフを描けるように、もう1枚グラフ用紙を配付する。</p> <p>○前時で扱ったそれぞれの比例のグラフと比較させる。</p> <p>○左の図を、テレビを使って提示する。</p>
------------------------------------	---	--

<p>○学習のまとめをする。 (3分/38分)</p>	<p>T12 今日の学習のまとめをします。まとめに入れるべきキーワードは何でしょうか。</p> <p>C31 直線をつないでいく</p> <p>C32 1つの容器が水でいっぱいになったら次にいく</p> <p>C33 つなぎ目の部分を0として考える</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p><まとめ> 1つの容器がいっぱいになるごとに、直線をつないでいけばよい。(つなぎ目の部分を0として考えると描きやすい。)</p> </div>	<p>○まとめに必要なキーワードを問う。</p> <p>○手立て3の内容もポイントとして括弧書きで入れる。</p>
<p>○ふり返りをする。 (7分/45分)</p>	<p>T13 今日の学習のふり返りを書きましょう。</p> <p>C34 今日分かったことは、3つの入れ物をつないだ時のグラフのかき方だ。</p> <p>私が初めに考えた方法は、まっすぐ1本につなげたグラフにするやり方だった。でも、つなぎ目の部分がうまく表せず困ってしまった。話し合いの時の〇〇さんの「水が入り終わったところから続けて描けばよい」という考えで、3つのグラフをつなげればよいことが分かった。</p> <p>授業の前は、1本のまっすぐなグラフになると思っていたけど、1つの容器がいっぱいになるごとに、直線をつないでいけばよいことが分かった。つなぎ目の部分を0として考えると描きやすいなとも思った。</p>	<p>・ふり返りのポイントを想起させる。</p> <p>■B: グラフの描き方に対する自分の考えを書くことができる。</p> <p>A: つなぎ目の部分の描き方を明らかにし、グラフの描き方に対する自分の考えの変容を書くことができる。</p>

(4) 本時の評価

評価方法：ふり返りの記述内容で評価する。

評価規準：3つの入れ物をつないだ時のグラフの描き方を説明することができる。

評価基準：

B評価：グラフの描き方に対する自分の考えを書くことができる。

A評価：つなぎ目の部分の描き方を明らかにして、グラフの描き方に対する自分の考えの変容を書くことができる。

7 参考文献

- ・「小学校学習指導要領解説 算数編」平成20年、文部科学省（東洋館出版社）
- ・「みんなと学ぶ小学校算数6年 教師用指導書 第一部解説編」平成27年（学校図書）
- ・「リーディングス新しい算数研究 一数量関係一」平成23年、新算数教育研究会（東洋館出版社）

8 板書計画

12/7 比例⑭

課題 3つの入れ物をつないだ時、水を入れた時間と深さの関係は、どうやってグラフに表せばよいだろうか?

◎つなぎ目をどう表せばよいか?

いっばいになった

まとめ 1つの容器がいっぱいになるごとに、直線をつないでいけばよい。(つなぎ目の部分を0として考えると描きやすい。)